

**Федеральное государственное образовательное бюджетное учреждение
высшего образования
«ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»
(Финансовый университет)**

**Департамент анализа данных и машинного обучения
Факультета информационных технологий и анализа больших данных**

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и
методической работе

_____ Е.А. Каменева

01.12.2022 г.

Л. А. Мейханаджян

ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки
09.03.03 - Прикладная информатика,
(для всех образовательных программ)

*Рекомендовано Ученым советом
Факультета информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 26 от 24.11.2022 г.)*

*Одобрено Советом учебно-научного
Департамента анализа данных и машинного обучения
(протокол № 5 от 21.11.2022 г.)*

Москва 2022

СОДЕРЖАНИЕ

1. Наименование дисциплины.....	2
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	2
3. Место дисциплины в структуре образовательных программ	4
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся.....	4
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	5
5.1. Содержание дисциплины.....	5
5.2. Учебно-тематический план.....	7
5.3. Содержание семинаров, практических занятий.....	8
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине.....	10
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	10
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	11
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине.....	13
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины.....	22
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины.....	23
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины...	24
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем.....	26
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	27

1. Наименование дисциплины

«Финансовая математика и ее приложения».

2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОП «Прикладная информатика»			
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания о современных естественнонаучных концепциях, общеинженерных подходах, методах математического анализа и моделирования.	Знать математические, информационные и имитационные модели, применяемые при решении финансово-экономических задач. Уметь использовать знания в области информационных технологий для построения математических моделей для решения прикладных задач.
		2. Применяет знания для теоретического и экспериментального исследования в сфере разработки программного обеспечения.	Знать методы сбора, хранения, обработки, поиска и выдачи информации, необходимой в процессе принятия решений задач предметной области Уметь работать в среде компьютерного моделирования и анализа Microsoft Excel (допустимо с применением редактора запросов Power Query).
ОПК-3	Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с	1. Использует информационно-коммуникационные технологии и библиографические источники при поиске информации, для решения стандартных задач.	Знать основные формулы и утверждения финансовой математики и методы научно-практического анализа. Уметь самостоятельно подбирать научную литературу по предметной области.

	применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	2. Демонстрирует умение решать стандартные задачи разработки информационных систем.	Знать методы хранения данных разной структуры и анализа (прогнозирования) потоков информации различных видов и типов. Уметь организовывать деятельность на основе аналитических информационных систем моделирования, прогнозирования и стратегического планирования, применяемых в финансовой деятельности
		3. Владеет навыками обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем.	Знать финансовую составляющую информационной безопасности; системы финансового обмена и финансовых расчетов. Уметь работать с информационными сетями и базами данных банков и банковских объединений.
ОП «Инженерия данных», ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»			
УК-12	Способность использовать базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах	1. Находит пути взаимодействия в социальной и профессиональной сферах с лицами с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами.	Знать особенности применения базовых дефектологических знаний в социальной и профессиональной сферах; принципы взаимодействия при коммуникации в различных сферах жизнедеятельности, с учетом социально-психологических особенностей лиц с ограниченными возможностями здоровья; алгоритмы решения профессиональной задачи в социальной сфере и профессиональной сфере Уметь планировать профессиональную деятельность с лицами, имеющими инвалидность или ограниченные возможности здоровья; использовать инструментальный базовых дефектологических знаний для решения профессиональных задач

3. Место дисциплины в структуре образовательных программ

Дисциплина «Финансовая математика и ее приложения» относится к Циклу математики и информатики по направлению подготовки 09.03.03 - Прикладная информатика (для всех образовательных программ).

4. Объем дисциплины в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Вид учебной работы по дисциплине	Направление подготовки: 09.03.03 – Прикладная информатика							
	ОП Инженерия данных, ОП Прикладные информационные системы в экономике и финансах (о)		ОП Прикладные информационные системы в экономике и финансах (озо)		ОП Прикладные информационные системы в экономике и финансах (ИОО, з)		ОП Прикладная информатика (з)	
	Часы: 4/144		Часы: 4/144		Часы: 4/144		Часы: 4/144	
	Всего	Сем. 3	Всего	Сем. 3	Всего	Сем. 5	Всего	Сем. 5
Общая трудоёмкость дисциплины	144	144	144	144	144	144	144	144
Контактная работа - Аудиторные занятия	50	50	34	34	16	16	14	14
Лекции	16	16	16	16	4	4	2	2
Семинары, практические занятия	34	34	18	18	12	12	12	12
Самостоятельная работа	94	94	110	110	128	128	130	130
Вид текущего контроля	кон-троль-ная работа	кон-троль-ная работа	кон-троль-ная работа	кон-троль-ная работа	кон-троль-ная работа	кон-троль-ная работа	кон-троль-ная работа	кон-троль-ная работа
Вид промежуточной аттестации	зачет	зачет	зачет	зачет	зачет	зачет	зачет	зачет

5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. *Содержание дисциплины*

Раздел 1. Основы классической финансовой математики

1.1. Простые и сложные проценты. Типы процентных ставок. Эффективная процентная ставка. Учетная ставка. Процентные ставки в условиях инфляции. Производные процентные расчеты и кривые доходности. Принцип финансовой эквивалентности платежей и его применение при изменении условий контракта.

1.2. Денежные потоки. Приведенная стоимость потока. Ренты. Объединение и замена потоков платежей. Инвестиционные проекты. Числовые показатели эффективности инвестиционных проектов.

Раздел 2. Облигации

2.1. Математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. ОФЗ. Кривая доходности.

2.2. Дюрация потока платежей. Дюрация облигации. Дюрация портфеля облигаций. Свойства дюрации. Выпуклость облигации. Хеджирование риска изменения процентной ставки. Теорема об иммунизации. Управление портфелем облигаций.

Раздел 3. Портфельный анализ

3.1. Основные понятия. Доходность и риск. Постановка задачи построения оптимального портфеля. Эффективная граница. Портфель из двух ценных бумаг. Модель Марковица. Оптимальный портфель при наличии безрисковой ценной бумаги. Касательный портфель. Теорема о разделении. Построение оптимального портфеля с ограничениями.

3.2. Факторные модели. Однофакторная модель доходности. Рыночная модель и диверсификация. Модель оценки финансовых активов (CAPM). Системный и несистемный риски. Многофакторные модели. Коэффициент Шарпа. Арбитражная теория ценообразования и факторные модели.

Раздел 4. Производные финансовые инструменты

4.1. Основные сведения о фьючерсах и опционах. Производные инструменты и хеджирование рисков. Торговые стратегии, основанные на опционах. Паритет цен европейских опционов покупателя и продавца.

4.2. Стохастические модели финансовых рынков. Дискретные и непрерывные модели. Понятие арбитража. Теорема об арбитраже на рынке с дискретным временем. Нейтральные к риску вероятности. Биномиальная модель ценообразования. Однопериодная модель. Многопериодная модель. Оценка опционов в рамках биномиальной модели. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна.

4.3. Формула Блэка-Шоулза. Коэффициенты хеджирования («греки») в модели Блэка-Шоулза. Биномиальная модель эволюции процентной ставки. Оценка стоимости опционов на облигации.

Раздел 5. Выбор и принятие решений в условиях неопределенности

5.1. Отношения предпочтения, функции полезности, функции выбора. Связь между отношениями предпочтения и функциями полезности. Виды функций полезности. Выбор в условиях неопределенности.

5.2. Меры риска. Сумма под риском. Усредненная сумма под риском. Индивидуальный выбор при неопределенности и риске: обзор теорий и экспериментальных результатов. Теории субъективной ожидаемой полезности Сэвиджа. Парадоксы выбора.

5.2. Учебно – тематический план

ОП «Инженерия данных» (о), ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах» (о) / (озо)

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа- Аудиторная работа			Самосто- ятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1.	Основы классиче- ской финансовой ма- тематики	21/20	9/6	3/3	6/3	12/14	Самостоятель- ные работы. Участие в ре- шении задач на практических занятиях. Собе- седования по домашним за- даниям.
2.	Облигации	30/29	9/6	3/3	6/3	21/23	
3.	Портфельный анализ	40/35	14/10	4/4	10/6	26/25	
4.	Производные финан- совые инструменты	28/32	12/8	4/4	8/4	16/24	
5.	Выбор и принятие решений в условиях неопределенности	25/28	6/4	2/2	4/2	19/24	
	В целом по дисциплине	144	50/34	16/16	34/18	94/110	Согласно учеб- ному плану: контрольная работа
	Итого в %		35/24	32/47	68/53	65/76	

ОП «Прикладная информатика» (з) / ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах» (ИОО, з)

№ п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах					Формы текущего контроля успеваемости
		Всего	Контактная работа- Аудиторная работа			Самосто- ятельная работа	
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия		
1.	Основы классиче- ской финансовой ма- тематики	22/30	2/2	-/1	2/1	20/28	Самостоятель- ные работы. Участие в ре- шении задач на практических занятиях. Собе- седования по домашним за- даниям.
2.	Облигации	31/25	3/2	1/1	2/1	28/23	
3.	Портфельный анализ	40/38	5/5	1/1	4/4	35/33	
4.	Производные финан- совые инструменты	27/25	2/5	-/1	2/4	25/20	
5.	Выбор и принятие	24/26	2/2	-/-	2/2	22/24	

	решений в условиях неопределенности						
	В целом по дисциплине	144	14/16	2/4	12/12	130/128	Согласно учебному плану: контрольная работа
	Итого в %		10/11	14/25	86/75	90/89	

5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарских, практических занятиях, рекомендуемые источники из разделов 8,9 (указывается раздел и порядковый номер источника)	Формы проведения занятий
Основы классической финансовой математики	<p>Простые и сложные проценты: типы процентных ставок, эффективная процентная ставка, учетная ставка, процентные ставки в условиях инфляции.</p> <p>Денежные потоки: Приведенная стоимость потока, аксиоматический подход к оценке стоимости потоков платежей, регулярные потоки платежей, ренты, объединение и замена потоков платежей.</p> <p><i>Рекомендуемые источники: п.8, [1-2]</i></p> <p>Инвестиционные проекты: числовые показатели эффективности инвестиционных проектов. Чистый приведенный доход. Внутренняя норма доходности.</p> <p><i>Рекомендуемые источники: п.8, [1-3]</i></p>	Интерактив – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 50% от трудоемкости практического занятия
Облигации	<p>Облигации: математическая модель облигации. Основные характеристики облигации. Кривая доходности.</p> <p>Хеджирование риска изменения процентной ставки: дюрация потока платежей, дюрация облигации, дюрация портфеля облигаций, выпуклость облигации, теорема об иммунизации.</p> <p><i>Рекомендуемые источники: п.8, [2-4]</i></p>	Интерактив – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 50% от трудоемкости практического занятия.
Портфельный анализ	<p>Оптимальный портфель рискованных активов: доходность и риск, портфель из двух ценных бумаг, множество допустимых портфелей, построение оптимального портфеля. Модель Марковица: построение оптимального портфеля при</p>	Интерактив – Практикум по решению задач

	<p>наличии безрисковой ценной бумаги. Нахождение касательного портфеля. Построение оптимального портфеля с ограничениями: нахождение угловых точек, построение оптимального портфеля при запрещенных коротких позициях. <i>Рекомендуемые источники: п. 8, [1-4]</i></p> <p>Факторные модели: вычисление коэффициентов альфа и бета портфеля. Использование коэффициента Шарпа для принятия решений об изменении состава портфеля. Многофакторные модели. <i>Рекомендуемые источники: п. 8, [2-4]</i></p>	<p>по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 50% от трудоемкости практического занятия.</p>
Производные финансовые инструменты	<p>Производные инструменты и хеджирование рисков: применение фьючерсов для хеджирования рисков, применение опционов для хеджирования рисков, паритет цен европейских опционов покупателя и продавца, оценка границ стоимости производных инструментов, построение арбитражных стратегий при нарушении паритета цен.</p> <p>Вычисление вероятности попадания цены рискованного актива в заданный промежуток для биномиальных моделей, понятие арбитража, нахождение нейтральных к риску вероятностей в дискретных моделях.</p> <p>Модель Кокса-Росса-Рубинштейна: биномиальная модель ценообразования, многопериодная модель, оценка опционов в рамках биномиальной модели, вычисление безарбитражной цены опционов на активы с дивидендной доходностью.</p> <p>Коэффициенты хеджирования («греки») в модели Блэка-Шоулза. Модели эволюции процентной ставки: биномиальная модель, оценка стоимости опционов на облигации. <i>Рекомендуемые источники: п.8, [4], п.9, [4]</i></p>	<p>Интерактив – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 50% от трудоемкости практического занятия.</p>
Выбор и принятие решений в условиях неопределенности	<p>Выбор в условиях неопределенности. Отношения к риску: вычисление коэффициентов, выражающих отношение экономического агента к риску. Неприятие риска в задачах портфельного анализа.</p> <p>Меры риска: анализ аксиом количественной оценки риска. Разбор примеров. Вычисление суммы под риском на примерах. Разбор примеров, показывающих недостатки показателя «сумма под риском».</p> <p>Индивидуальный выбор при неопределенности и риске: теории субъективной ожидаемой полезности Сэвиджа. <i>Рекомендуемые источники: п.9, [1,3,8-9]</i></p>	<p>Интерактив – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) и коллективное обсуждение решений – до 100% от трудоемкости практического занятия.</p>

6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Основы классической финансовой математики	Схемы погашения кредита Инфляция и ее влияние на показатели эффективности инвестиционных проектов Производные процентные расчеты и кривые доходности	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий к каждому занятию.
Облигации	Методы определения временной структуры процентных ставок Свойства дюрации облигации Свойства выпуклости облигации	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий.
Портфельный анализ	Методы построения оптимальных портфелей Графическое представление уравнения минимальной границы	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Работа с источниками и поиск информации в Интернете. Выполнение домашних заданий.
Производные финансовые инструменты	Непрерывные случайные процессы Численные методы для вычисления цены производных инструментов	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий.
Выбор и принятие решений в условиях неопределенности	Теория ожидаемой полезности и ее критика Применение на примерах методов оценки риска экстремальных событий. Изучение свойств распределения Парето.	Работа с учебной литературой. Решение типовых задач. Разбор вопросов по теме занятия. Выполнение домашних заданий.

6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные задачи практических занятий

1. С помощью информационной интернет-площадки Финам, Bloomberg или других ресурсов получить таблицу значений цен закрытия за 30 дней о трех компаниях, входящих в индекс голубых фишек индекса РТС.
2. Вычислить ожидаемую доходность и волатильность выбранных активов.
3. Получить значения индекса РТС за тот же период и использовать полученные сведения при расчете рыночного портфеля.
4. Построить эффективную границу.
5. Построить эффективную границу при условии запрета коротких продаж.
6. Рассчитать коэффициенты альфа и бета (в качестве безрисковой ставки взять ставку по инструментам фиксированной доходности).
7. Написать уравнения: линия рынка капитала CML, SML.

Примерная тематика контрольной работы

- Вычисление числовых характеристик денежных потоков.
- Рентные вычисления.
- Числовые характеристики облигаций.
- Построение оптимального портфеля ценных бумаг.
- Биномиальная модель ценообразования.
- Хеджирование рисков изменения процентной ставки.
- Формула Блэка-Шоулза.

Примерные задания контрольной работы

1. Для создания резервного фонда ежегодно выделяется по 400 тыс. руб. На аккумулируемые средства начисляются сложные проценты по ставке 8%. Необходимо определить общую сумму фонда через 5 лет для следующих вариантов поступления средств и начисления процентов:

- а) поступление в конце квартала, начисление процентов поквартальное;
- б) поступление в конце квартала, начисление процентов по полугодиям;
- в) поступления в конце года при непрерывном начислении процентов;
- г) поступления на протяжении всего срока происходят непрерывно, проценты начисляются непрерывно.

2. Определите, что для инвестора выгоднее? Купить по курсу 95 облигацию номиналом в 1000\$ в момент выплаты купонных полугодовых платежей по годовой ставке 4,5% за 3,5 года до ее погашения или за ту же сумму купить вексель на 1065\$ с оплатой через два года.

3. Портфель минимального риска из двух независимых бумаг $A(0, 65; 0, 35)$ и $B(0, 5; x)$ (первая координата равна доходности ценной бумаги, а вторая – риску) имеет ценовые доли $X(0, 6; 0, 4)$. Найти риск второй бумаги, доходность и риск портфеля минимального риска.

4. Сформировать портфель ожидаемой доходности 12.2 и минимального риска из трех видов ценных бумаг: безрисковых с ожидаемой доходностью 5 и некоррелированных рискованных с ожидаемыми доходностями 13 и 15 и рисками 2 и 4.

5. Используя биномиальную модель цен активов, найти: а) вероятность того, что доходность актива за год будет находиться в промежутке от 18 до 20%;

б) вероятность того, что доходность актива превысит 20%. Параметры модели: $u = 1,029$, $d = 0,972$ – недельные соответственно повышающий и понижающий коэффициенты, $p = 0,45$ – вероятность повышения цены актива, $n = 52$ – число недель в году.

6. Цена $S(t)$ некоторого актива в текущий момент времени t равна 40 долл., а его волатильность $\sigma = 20\%$ годовых. В рамках однопериодной биномиальной модели вычислите текущую цену $C(t)$ трехмесячного колл-опциона с ценой исполнения $K = 41$ долл. Процентная ставка r постоянна, начисляется непрерывно и равна 7% годовых.

Критерии балльной оценки различных форм текущего контроля успеваемости содержатся в соответствующих методических рекомендациях Департамента анализа данных и машинного обучения.

7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. «Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, знаний и умений

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотношенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания

ОП «Прикладная информатика»			
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания о современных естественнонаучных концепциях, общеинженерных подходах, методах математического анализа и моделирования.	<p>Знать математические, информационные и имитационные модели, применяемые при решении финансово-экономических задач.</p> <p>Уметь использовать знания в области информационных технологий для построения математических моделей для решения прикладных задач.</p>	<p>Составить портфель из n ценных бумаг, с известными значениями σ_i, μ_i, $i \in [1, n]$, ρ_{ij}. Составить ковариационную матрицу и построить оптимальный портфель ценных бумаг (портфель минимального риска или максимальной доходности). Графически представить уравнение минимальной границы.</p> <p>С помощью информационной интернет-площадки Финам (или других подобных ресурсов) получите таблицу значений цен закрытия за заданный период времени о трех компаниях, входящих в индекс голубых фишек РТС.</p>
	2. Применяет знания для теоретического и экспериментального исследования в сфере разработки программного обеспечения.	<p>Знать методы сбора, хранения, обработки, поиска и выдачи информации, необходимой в процессе принятия решений задач предметной области</p> <p>Уметь работать в среде компьютерного моделирования и анализа Microsoft</p>	<p>Используя пакет офисных программ создать расчетную таблицу для получения нижеуказанных величин.</p> <p>С помощью информационной интернет-площадки Финам (или других подобных ресурсов) получить таблицу значений цен закрытия за 30 дней о трех компаниях, входящих в индекс голубых фишек РТС.</p> <p>Вычислите ожидаемую доходность и волатильность выбранных активов.</p> <p>Составить рыночный портфель, используя полученные значения индекса РТС за тот же период.</p> <p>Построить эффективную границу.</p> <p>Построить эффективную границу при условии запрета коротких продаж.</p> <p>Ознакомится с московской биржей и ее представителями, скачать файл с сайта moex.com, в котором будут содержаться акции российских эмитентов</p>

		Excel (допустимо с применением редактора запросов Power Query).	(обыкновенные) в формате CSV. Загрузить полученные данные в Пакет офисных программ и при необходимости внести изменение в файл используя редактор запросов Power Query.
ОПК-3 Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности	1. Использует информационно-коммуникационные технологии и библиографические источники при поиске информации, для решения стандартных задач.	<p>Знать основные формулы и утверждения финансовой математики и методы научно-практического анализа.</p> <p>Уметь самостоятельно подбирать научную литературу по предметной области.</p>	<p>Составить портфель из n ценных бумаг, с известными значениями $\sigma_i, \mu_i, i \in [1, n], \rho_{ij}$. Построить оптимальный портфель ценных бумаг (портфель минимального риска или максимальной доходности), используя различные модели формирования инвестиционного портфеля.</p> <p>Определите, что для инвестора выгоднее? Купить по курсу 90 облигацию номиналом в 1000 у.е. в момент выплаты купонных полугодовых платежей по годовой ставке 6,5% за 3,5 года до ее погашения или за ту же сумму купить вексель на 1100 у.е. с оплатой через 2 года. Самостоятельно подобрать приближенные формулы для нахождения доходности к погашению. Аргументировать свой выбор. Найти точное значение доходности к погашению, используя инструментарий «Wolfram Mathematica» и сравнить результаты.</p>
	2. Демонстрирует умение решать стандартные задачи разработки информационных систем.	<p>Знать методы хранения данных разной структуры и анализа (прогнозирования) потоков информации различных видов и типов.</p> <p>Уметь организовывать аналитическую деятельность на ос-</p>	<p>Установить пакет для работы с финансовыми данными в R Quantmod (с помощью команды: <code>>install.packages("quantmod")</code>). Получить данные, содержащие цены открытия, максимумы дня, минимумы, цены закрытия и объёмы, и перейти от цен акций к доходностям.</p> <p>На основе сбора исторических данных о ценах барьерных опционов и производных от них финансовых инструментов, по-</p>

		нове аналитических информационных систем моделирования, прогнозирования и стратегического планирования, применяемых в финансовой деятельности	строить модель ценообразования барьерных опционов. Проверить модель на исторических данных.
	3. Владеет навыками обеспечения информационной безопасности автоматизированных систем.	<p>Знать финансовую составляющую информационной безопасности; системы финансового обмена и финансовых расчетов.</p> <p>Уметь работать с информационными сетями и базами данных банков и банковских объединений.</p>	<p>Используя инструментарий «Wolfram Mathematica» (или «Jupyter Notebook») получите ежедневные цены закрытия акций для 10 составляющих индекса SP500.</p> <p>Рассмотреть компании индекса S&P 500. Получить файл формата CSV, выявить пятерку лидеров и осуществить разбивку индекса по характеристикам (разбивка по отраслям и по стилям инвестирования). Рассчитать годовую совокупную доходность индекса S&P 500, учитывая рост индекса и доходность от дивидендов. Построить распределение годовых результатов. В какие годы прирост индекса составлял более 30%?</p>
ОП «Инженерия данных», ОП «Прикладные информационные системы в экономике и финансах»			
УК-12 Способность использовать базовые дефектологические знания в социальной и профессиональной сферах	1. Находит пути взаимодействия в социальной и профессиональной сферах с лицами с ограниченными возможностями здоровья и инвалидами.	Знать особенности применения базовых дефектологических знаний в социальной и профессиональной сферах; принципы взаимодействия при коммуникации в различных сферах жизнедеятельности, с учетом	Известно, что человек, имеющий ограничение возможностей здоровья (ОВЗ) получает помимо заработной платы субсидию. Также известно, что человек с ОВЗ помимо основных продуктов приобретает товары, связанные с его осложнениями через заданные (для каждого товара) интервалы времени. Оценить необходимый размер субсидии, при заданных льготах на

		<p>социально-психологических особенностей лиц с ограниченными возможностями здоровья; алгоритмы решения профессиональной задачи в социальной сфере и профессиональной сфере</p> <p>Уметь планировать профессиональную деятельность с лицами, имеющими инвалидность или ограниченные возможности здоровья; использовать инструментарий базовых дефектологических знаний для решения профессиональных задач</p>	<p>покупки различных товаров для людей с ОВЗ, при котором его затраты не будут превосходить затраты обычного человека.</p> <p>Каждый сотрудник может потратить свой месячный доход на один из трех корзин товаров со стоимостями $p_1 < p_2 < p_3$. Корзина 1 уменьшает уровень довольства потребителя (G) на $f_1(G)$ (чем ниже текущее G, тем меньше снижает), корзина 2 приближает его к изначальному уровню G_0 с функций $f_2(G)$ (чем дальше текущее G от G_0, тем сильнее изменяет), корзина 3 повышает на $f_3(G)$ (чем выше текущее G, тем меньше повышает). Человек с ОВЗ дополнительно всегда приобретает корзину стоимостью p_0. Оба имеют ежемесячный доход I_1, помимо которого человек с ОВЗ имеет субсидию I_0. При падении уровня довольства ниже порога $G < G_1$, продуктивность работы и заработная плата начинают снижаться на $dI(G)$. При большом уровне довольства $G > G_1$ продуктивность и заработная плата начинают расти на $dI(G)$.</p> <p>Задать алгоритм выбора корзины, максимизирующий среднюю степень довольства и оценить размер субсидии, при котором средний уровень довольства человека с ОВЗ и человека без ОВЗ будут совпадать.</p>
--	--	--	---

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Процент. Процентная ставка. Простые и сложные проценты.
2. Эквивалентность ставок в схеме сложных процентов.
3. Дисконт. Учетная ставка. Краткосрочные долговые обязательства.
4. Учет инфляции в оценивании простых кредитных сделок. Реальная и номинальная ставки сделки.
5. Финансовые потоки в схеме простых процентов.
6. Модель мультисчета в схеме простых процентов.
7. Внутренняя норма доходности.
8. Будущая и текущая стоимости денежных сумм в схеме сложных процентов.
9. Ренты в схеме простых процентов.
10. Стандартные ренты. p -срочные ренты.
11. Финансовые операции с ценными бумагами.
12. Доходность облигаций. Свойства облигаций. Дюрация и выпуклость.
13. Дюрация потока платежей и ее свойства.
14. Иммунизация портфеля облигаций.
15. Основные понятия портфельного анализа. Оптимальный портфель.
16. Оптимальный портфель при наличии безрисковой компоненты.
17. Линия рынка капитала. Рыночный портфель.
18. Однофакторная модель доходности. Коэффициенты α и β .
19. Модель CAPM.
20. Производные инструменты. Платежные функции производных инструментов европейского типа.
21. Паритет цен европейских опционов.
22. Безарбитражная цена форвардного контракта.
23. Аппроксимация инструмента европейского типа с дважды непрерывной платежной функцией портфелем опционов.
24. Сильный арбитраж. Теорема безарбитражности (без доказательства).

25. Риск-нейтральная вероятность.
26. Биномиальная модель. Условие безарбитражности биномиальной модели.
27. Риск-нейтральная вероятность биномиальной модели.
28. Многопериодная биномиальная модель.
29. Безарбитражная цена производного инструмента в биномиальной модели.
30. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна.
31. Стохастические модели финансового рынка.
32. Инвестиционные стратегии. Самофинансируемые портфели. Определение цены платежного обязательства.
33. Геометрическое броуновское движение.
34. Модель Блэка-Шоулза. Уравнение Блэка-Шоулза. Формула Блэка-Шоулза.
35. Чувствительность цены опциона европейского типа к изменению параметров модели Блэка-Шоулза.
36. Дельта хеджирование.
37. Хеджирующий портфель в модели Блэка-Шоулза.
38. Максимизация ожидаемой полезности в биномиальной модели с логарифмической полезностью.

Примерные задания для подготовки к зачету

1. Годовая процентная ставка составляет 12%. Проценты начисляются 6 раз в год. Найти эффективную процентную ставку. Также найти эффективную процентную ставку в случае непрерывного начисления процентов.
2. Темп инфляции за период в $N=6$ месяцев равен 3%. Найти среднемесячный и годовой темп инфляции.
3. Ставка дисконтирования равна 8%. Рассматривается денежный поток $CF = \{(0, -100); (1, 140); (2, 65)\}$. а) Найти чистую приведенную стоимость

(NPV) данного денежного потока б) Найти внутреннюю норму доходности (IRR) данного потока в) Оценить эффективность проекта.

4. Инвестор обладает двумя активами А и В с доходностями $r_A = 0.15$ и $r_B = 0.4$ и рисками $\sigma_A = 0.04$, $\sigma_B = 0.08$. Коэффициент корреляции активов равен 0.8. Функция полезности инвестора $U(r) = r - 10\sigma^2$. а) Найти портфель с заданной доходностью 0.15, не принимая во внимание полезность. б) Найти портфель, максимизирующий полезность. в) Найти портфель минимального риска.

5. Имеется два актива с характеристиками $r_A = 0.11$, $\sigma_A = 0.05$ и $r_B = 0.3$, $\sigma_B = 0.4$, коэффициент корреляции между которыми $\rho = -0.1$. На рынке имеется также безрисковый актив с доходностью $r_f = 0.03$. а) Найти касательный портфель. б) Найти портфель минимального риска при фиксированной доходности 0.18.

6. Акции компании имеют бета-коэффициент 1. Безрисковая ставка равна $r_f = 3\%$, а доходность рыночного портфеля $r_M = 16\%$. Найти: а) ожидаемую доходность акции данной компании. б) Риск-премию рыночного портфеля. в) Обосновать решение, которое целесообразно принять, если наблюдаемая доходность данной акции равна 20%.

7. Рассматривается двухфакторная модель некоторого актива: $R = 0.13 + 1.1F_1 + 0.7F_2 + \varepsilon$. Дисперсия фактора 1 равна 0.04, дисперсия фактора 2 есть 0.04, дисперсия несистематической компоненты 0.09. Безрисковая ставка равна 7%. а) Найти ожидаемую доходность акции. б) Найти среднее значение фактора F_1 . в) Найти среднее значение несистематической компоненты. г) Найти с.к.о. доходности данного актива.

8. Внимание инвестора привлекает акция, продающаяся сейчас по 50\$. Европейский колл-опцион на данную акцию продается за 2\$. Цена исполнения опциона равна $K=49\%$. Опцион выписан на $T=0.2$ лет. Безрисковая ставка

равна $r=40\%$. а) Найти нижнюю границы цены данного опциона. Если есть арбитражная возможность, описать арбитражную стратегию.

9. Акция продается сейчас за 20\$. Через 0.4 года) цена акции может принять два значения, 23\$ или 19\$. Цена исполнения соответствующего колл-опциона равна 21\$. Безрисковая ставка равна 9%. а) Вычислить риск-нейтральную вероятность для движения цены актива вверх. б) Найти число акций в безрисковом портфеле, состоящем из купленных акций и одного опциона. в) Найти цену данного опциона на текущий момент времени.

10. Цена исполнения полугодового американского опциона на продажу евро равна 62 руб. Вычислить стоимость опциона, используя трехпериодное биномиальное дерево и четырехпериодное биномиальное дерево. Данные для расчета: текущий курс евро — 60 руб., безрисковая процентная ставка в зоне евро — 2%; безрисковая рублевая процентная ставка — 10% годовых; волатильность евро — 20% в год.

11. Найти стоимость годового американского опциона на покупку британского фунта за доллары по цене 1,6 доллара за фунт. Параметры: текущий валютный курс 1,61; волатильность курса 12%; цена исполнения 300; безрисковая ставка по доллару 8%; безрисковая ставка по фунту 9%; волатильность индекса 30%.

12. Используя формулу Блэка – Шоулза, рассчитать стоимость фьючерсных опционов колл и пут. Параметры: Основной актив — годовая волатильность 30%; текущая цена 100; опционы — срок исполнения через 3 месяца, цена исполнения 105; годовая безрисковая ставка 12%.

13. На рынке облигаций доходности на ближайшие один, два и три года одинаковы и равны 9 %. Волатильность процентной ставки равна 10 %. Построить двухпериодную биномиальную модель процентной ставки.

14. а) Построить четырехпериодную биномиальную модель эволюции процентной ставки (один период — полгода), если рыночные стоимости бескупонных облигаций представлены следующей таблицей:

Срок до погашения (в гг.)	0,5	1	1,5	2
Стоимость облигации с номиналом 100	96	94	92	90

Годовая волатильность процентной ставки составляет 10%.

б) Рассчитать стоимость опциона покупателя с ценой исполнения 92 и сроком исполнения 1,5 года. в) Рассчитать стоимость аналогичного опциона продавца.

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

• а) основная:

1. Гисин В. Б. Математические основы финансовой экономики: учебное пособие для самостоятельной работы студентов, обуч. по направлени. "Прикладная математика и информатика", программа подгот. бакалавра; по направлени. "Экономика", программа подгот. бакалавра; по направлени. "Финансы и кредит", программа подгот. магистра / В. Б. Гисин, А. С. Диденко, Б. А. Путко; Финуниверситет, Департамент анализа данных, принятия решений и финансовых технологий. - Москва: Прометей, 2018. - 170 с. - Текст : непосредственный. - То же. - ЭБС Университетская библиотека online. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=494872> (дата обращения: 22.11.2022). - Текст : электронный.
2. Бабайцев В. А. Математические методы финансового анализа : учебное пособие для вузов / В. А. Бабайцев, В. Б. Гисин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Юрайт, 2022. — 215 с. — (Высшее образование). - ЭБС Юрайт. — URL: <https://urait.ru/bcode/493837> (дата обращения: 22.11.2022). — Текст : электронный.

- **б) дополнительная:**

3. Аль-Натор М. С. Основы финансовых вычислений (факты, формулы, примеры, задачи и тесты). Ч. 1: учебное пособие / М. С. Аль-Натор, Ю. Ф. Касимов, А. Н. Колесников; Финуниверситет, Каф. "Прикладная математика". - Москва: Финуниверситет, 2012. - 159 с. - Текст : непосредственный.
4. Аль-Натор М. С. Основы финансовых вычислений (факты, формулы, примеры, задачи и тесты). Ч. 2: учебное пособие / М. С. Аль-Натор, Ю. Ф. Касимов, А. Н. Колесников; Финуниверситет, Каф. прикладной математики. - Москва: Финуниверситет, 2013. - 176 с. - Текст : непосредственный.

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Информационно-образовательный портал Финансового университета при Правительстве Российской Федерации <http://portal.ufrf.ru/>
2. Сайт департамента анализа данных и машинного обучения.
3. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
4. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
5. Электронно-библиотечная система издательства «Лань» <https://e.lanbook.com/>
6. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
7. Научная электронная библиотека [eLibrary.ru](http://elibrary.ru) <http://elibrary.ru>
8. Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru>
9. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>

10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Раздел содержит комплекс рекомендаций, разъяснений и справочных материалов, позволяющих обучающемуся оптимальным образом организовать процесс самостоятельного изучения как теоретического учебного материала дисциплины, так и подготовки к практическим и семинарским занятиям, в том числе проводимым с использованием активных и интерактивных технологий обучения (<https://campus.fa.ru/>). Самостоятельная работа студентов преимущественно проходит внеаудиторно. Организации самостоятельной работы служит календарно-тематический план изучения дисциплины. В этом плане указана тематика лекций, практических занятий, вопросы и задания для самостоятельного изучения.

После ознакомления с организационными требованиями дисциплины «Финансовая математика и ее приложения», стоит перейти к изучению теоретических материалов, размещенных на странице курса, для грамотного построения учебного процесса. Организация занятий по дисциплине носит циклический характер. По всем разделам дисциплины предусмотрена цепочка учебных работ: лекция – семинары – самостоятельная работа студентов (в разделе Материалы для самоподготовки, размещенных на странице курса на учебном портале <https://campus.fa.ru/> обучающийся найдет тесты по основным разделам дисциплины). По итогам изучения осуществляется аттестация студента в форме письменного контроля знаний (зачета).

При подготовке к лекции рекомендовано предварительно познакомиться с ее содержанием по пособиям из списка источников и выделить наиболее трудные вопросы. Во время лекций следует конспектировать содержание лекции. После занятий следует провести работу с конспектом: отредактировать записи, оформить конспект.

Методические указания по проведению практических занятий

По структуре практические занятия следует разделить на учебные и контрольные.

● **Учебные практические занятия** структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия выполненного задания самостоятельной работы каждого студента;
- 2) выборочная проверка корректности выполнения домашнего задания;
- 3) разбор типичных ошибок, возникших в самостоятельной работе;
- 4) рассмотрение теоретических вопросов, связанных с текущим практическим занятием;
- 5) разбор методов выполнения практических заданий и решения задач;
- 6) корректировка заданий для самостоятельной работы студентов;
- 7) интерактивная форма – Практикум по решению задач по тематике занятия в малых группах (2-4 студента) – представляет собой решение списка задач, определенных преподавателем, в группе из небольшого количества студентов. В каждой группе есть «сильный» студент, который может выполнять функции консультанта и помощника преподавателю. Работа группы оценивается по количеству правильно решенных задач.

● **Контрольные практические занятия** структурно состоят из следующих компонент:

- 1) проверка наличия контрольной работы каждого студента;
- 2) разбор типичных ошибок, возникших при выполнении контрольной работы;
- 3) проведение аудиторной контрольной работы.

При подготовке к практическому занятию необходимо повторить или, если это требуется, изучить соответствующий теоретический материал. В случае затруднений отметить соответствующие задания и обратиться за консультацией к преподавателю. Практические занятия проходят, как правило, в

интерактивной форме и преподаватель учитывает активность студентов, направленную на решение предложенных задач, и в поиске ответов на вопросы.

Домашние задания следует выполнять регулярно при подготовке к практическим занятиям. В большинстве своем задания являются типовыми, и образцы их решения содержатся в рекомендованных пособиях, в материале лекций и практических занятий. Если то или иное задание вызвало затруднение необходимо обратиться к преподавателю на консультации или ближайшем практическом занятии. Регулярность в выполнении домашних заданий — важный фактор освоения дисциплины. Даже небольшие отклонения от графика могут спровоцировать серьезное отставание и в дальнейшем — риск получения неудовлетворительных оценок в ходе текущей и промежуточной аттестации. Контроль за выполнением домашних заданий осуществляется в ходе практических занятий и выборочного собеседования.

Рекомендована своевременная сдача преподавателю самостоятельной работы, оформленной в соответствии с методическими рекомендациями.

11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

11.1. Комплект лицензионного программного обеспечения

1. Пакет офисных программ
2. Антивирус Kaspersky

11.2. Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>

4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» -
<http://www.skrin.ru/>

11.3. Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

– не используются

9.4. Среда программирования *R*.

9.5. Среда программирования *Wolfram Mathematica*

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Требуется доступ в компьютерный класс для выполнения заданий для самостоятельной работы.